

PONAŠANJE ELASTOPLASTIČNIH MATERIJALA PRI NAPONSKIM STANJIMA

Ibrahim Bašić¹, Edin Bašić²

¹Građevinski fakultet u Osijeku, basicibrahim@hotmail.com

²Građevinski fakultet Sarajevo, edin4041@gmail.com

Ključne riječi: naponi, deformacije, princip superpozicije, mehanika kontinuuma, teorija elastičnosti i plastičnosti, granica popuštanja, bauschingerov efekt, histereza.

SAŽETAK:

Imajući u vidu da se mehanička svojstva materijala određuju jednosmjernim testovima na pritisak i zatezanje bilježenjem sile i pomaka uzorka ($F - \Delta l$ dijagram), gdje se pri tome dobivaju konvencionalno ili tehničko naprezanje i konvencionalna prosječna deformacija te stvarno naprezanje. Čelik kao i neki drugi materijali pokazuju posebno svojstvo vezano za promjenu granice popuštanja pri promjeni smjera naprezanja i ovaj fenomen zove se Bauschingerov efekt.

Kod elastoplastičnih materijala pri jednoosnom deformiranju ukupna deformacija se može rastaviti na elastični ili povratni dio i plastični ili nepovratni dio, a također pri troosnom naprezanju ukupna deformacija se može rastaviti na elastični dio i plastični dio. Ulogu koju pri jednoosnom naprezanju ima granica tečenja σ_T , pri troosnom naprezanju ima skalarna funkcija koja se zove funkcija tečenja odnosno funkcija opterećenja.

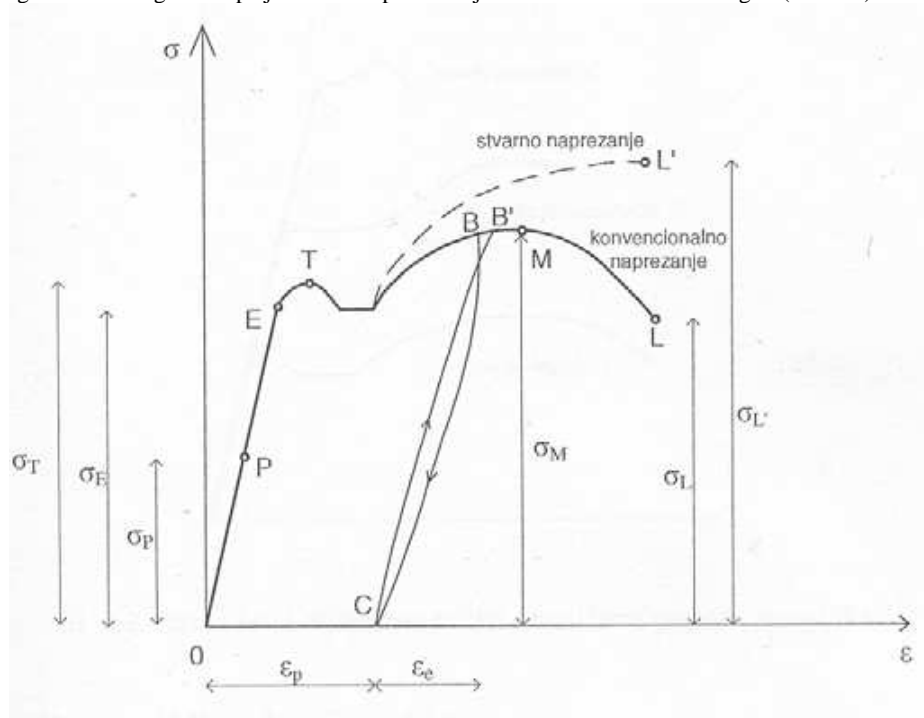
1. UVOD

Veze između napona i deformacija u idealno elastičnom tijelu imaju linearni karakter i izražene su konstitutivnim jednadžbama. Pri tome nije postavljeno nikakvo vremensko ograničenje u tim vezama, tj. smatralo se da postizanjem nekog naponskog stanja trenutno tom stanju odgovara neko deformaciono stanje i da se u toku daljeg vremena deformaciono stanje ne mijenja ukoliko nije došlo do promjene naponskog stanja. Međutim, zavisno od materijala od kojeg je tijelo načinjeno, od nivoa opterećenja odnosno napona te od načina prilaganja opterećenja, uočena je pojava da u vezi između napona i deformacija javlja se novi činilac koji utiče na te veze a to je vrijeme. Opisivanje ovog novog fenomena može se izraziti kao linearna teorija puzanja koja se naziva linearna teorija viskoelastičnosti. Kod materijala koji posjeduju plastične osobine postoje određene teškoće u definisanju veza između napona i deformacija, jer ne postoji princip jedinstvenosti kao ni princip superpozicije, poznati iz teorije elastičnosti. Zavisno od zadaća koji se rješavaju u sadašnje vrijeme koriste se dvije teorije plastičnosti i to: teorija plastičnog tečenja (Saint Venant-a) i deformaciona teorija plastičnosti (Hencky-a). Pretpostavka je da brzina deformacije ne utječe na odgovor materijala na vanjsko opterećenje. Ako takva zavisnost i postoji, onda je zanemariva.

2. EKSPERIMENTI SA PLASTIČNIM DEFORMIRANJEM

Obično se mehanička svojstva materijala određuju jednosmjernim testovima na pritisak i zatezanje bilježenjem sile i pomaka uzorka ($F - \Delta l$ dijagram). Ako se sila podijeli sa početnom površinom

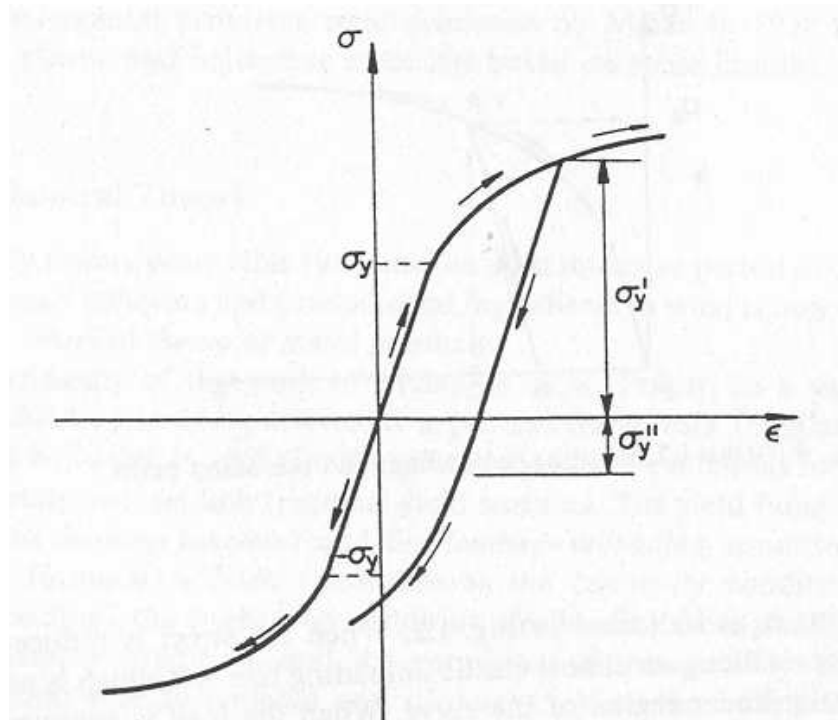
epruvete A_0 , dobija se konvencionalno ili tehničko naprezanje σ_0 , dok se dijeljenjem pomaka Δl sa početnom duljinom l_0 dobiva konvencionalna prosječna deformacija ε . Stvarno naprezanje dobija se dijeljenjem sile F sa trenutnom površinom A koja je uvijek manja od A_0 zbog Poisson-ovog efekta pa je stvarni napon σ uvijek veći od konvencionalnog σ_0 (v. sl. 1.).



Slika 1 : Dijagram istezanja niskougličnog čelika

Oznake na slici 1. su poznate iz osnova otpornosti materijala. Dodatno se može reći da na horizontalnom dijelu dijagrama (platou tečenja) koji nastaje pri rastezanju epruvete plastične deformacije nisu jednoliko raspodijeljene. Pojedina uska područja plastificiraju, tj. iz elastičnog prelaze u plastično stanje. Ta uska područja (tanki slojevi) zovu se *Lüders-ove* linije, a nagnute su približno 45° prema osi epruvete. Može se reći da je na sredini platoa plastificirano 50 % materijala. Površina dijagrama između tačaka BCB' predstavlja elastični histerezis (rad pretvoren u toplinu u ciklusu opterećenja i rasterećenja zbog unutarnjeg trenja). Kod dijagrama koji nemaju izraženu granicu tečenja kao granični napon uzimaju se ili prividna (Johnsonova) granica elastičnosti ili $\sigma_{0.2}$.

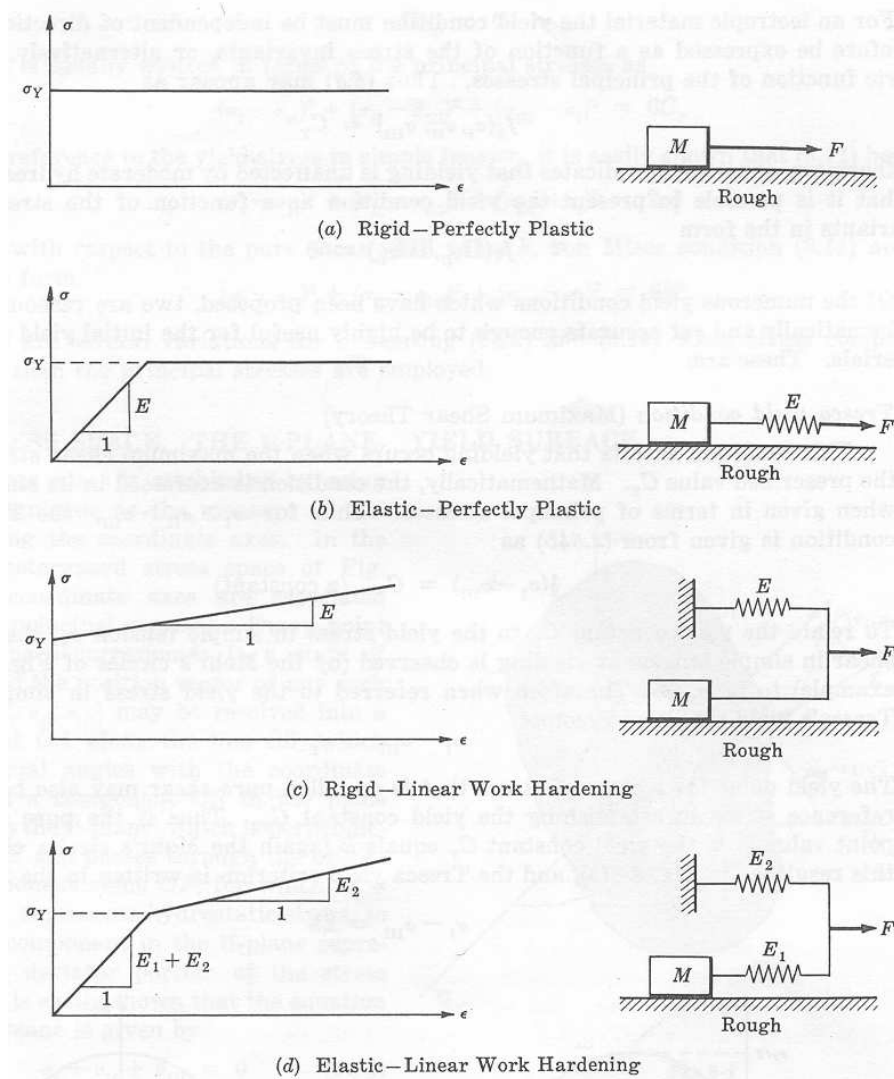
Čelik kao i neki drugi materijali pokazuju posebno svojstvo vezano za promjenu granice popuštanja pri promjeni smjera naprezanja. Ako tijelo opteretimo iznad granice popuštanja (σ_y) i zatim promijenimo smjer opterećenja (prijelaz sa zatezanja na pritisak i obrnuto ili promjena smjera smičućih napona), dobijamo nižu granicu popuštanja za opterećenje promijenjenog smjera ($\sigma_y < \sigma_y$ - *Bauschinger-ov efekt*). Ovaj fenomen posljedica je djelovanja zaostalih napona i poremećaja u unutarnjoj strukturi materijala izazvanih opterećenjem u prethodnom smjeru (v.sl.2). Pored Bauschinger-ovog efekta treba imati u vidu da jednoosno plastično deformiranje izaziva promjene mehaničkih osobina materijala i u drugim pravcima. *Izotropan* materijal pri plastičnom deformiranju postaje *anizotropan*.



Slika 2 : Bauschinger-ov efekt ($\sigma_y < \sigma_y'$)

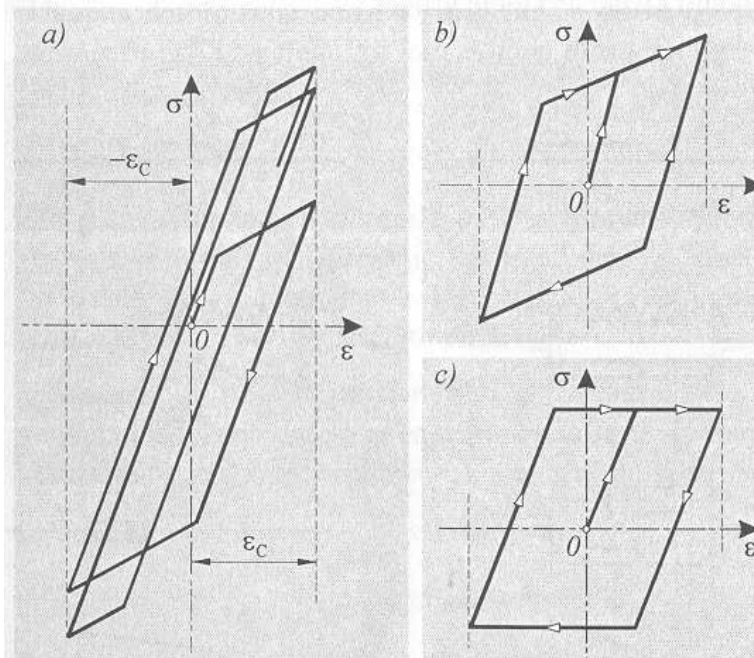
3. IDEALIZACIJA PLASTIČNOG PONAŠANJA

Teorija plastičnosti u 3D može se smatrati generalizacijom problema u 1D. Idealizirani 1D $\sigma - \epsilon$ dijagrami i njihovi mehanički modeli dati su na sljedećim skicama (v.sl.3). Pomak mase M reprezentira plastičnu deformaciju dok sila F ima ulogu napona. Modeli (a) i (b) se posebno često koriste u problemima sa ograničenom plastičnom deformacijom (npr. cap – modeli). Model (c) pa i (d) se primjenjuju u problemima sa velikim deformacijama.



Slika 3 : Idealizirani 1D $\sigma - \epsilon$ dijagrami

Na slici 4 dati su dijagrami cikličkog elastoplastičnog deformiranja. Uz sl.4.a može se reći da cikličkim ponavljanjem histerezna petlja se sužava, a granica tečenja raste. Nakon višestrukog ponavljanja, materijal teži elastičnom deformiranju.



Slika 4 : Idealizirani dijagrami cikličkog elastoplastičnog deformiranja
a) čisto izotropno očvršćenje, b) čisto kinematsko očvršćenje sa Bauschinger-ovim efektom,
c) elastično – idealnoplastičan materijal bez očvršćenja

4. ANALIZA PLASTIČNOG DEFORMIRANJA PRI NAPONSKOM STANJU

4.1. Plastično deformiranje pri jednoosnom naprezanju

Na temelju opisanih pokusa, mogu se postaviti sljedeće pretpostavke o ponašanju elastoplastičnih materijala pri jednoosnom deformiranju:

1. Ukupna deformacija se može rastaviti na elastični ili povratni dio ϵ_e i plastični ili nepovratni dio ϵ_p , dakle: $\epsilon_u = \epsilon_e + \epsilon_p$
2. Za većinu materijala se može reći da posjeduju granicu tečenja kao razdjelnicu elastičnog i plastičnog ponašanja.
3. Materijal je idealno (kruto) – plastičan ako pri naprezanju $\sigma = \sigma_T$ deformacija raste bez prirasta opterećenja ($\sigma = \sigma_T = \text{const}$). Važi i sljedeće: $\sigma < \sigma_T$ elastično stanje, $\sigma = \sigma_T$ plastično tečenje. Prilikom rasterećenja materijal se ponaša linearno elastično. Pri ponovljenom opterećenju materijal se ponaša linearno elastično dok ne dosegne granicu tečenja.
4. Ako je nakon dostignuća granice tečenja σ_T povećanje plastične deformacije moguće samo uz povećanje napona, radi se plastičnoočvršćavajućem materijalu. U ovom slučaju granica popuštanja nije konstantna i ovisi o razini deformacije tj. $\sigma_T = \sigma_T(\epsilon_p)$. Pri rasterećenju iz stanja naprezanja $\sigma = \sigma_T^*$ materijal se ponaša približno linearno elastično (v.sl.1 kriva BCB'). Ponovnim opterećenjem tijelo se ponaša elastično dok ne dosegne napon σ koji odgovara novoj granici tečenja σ_T^* .
5. Pri promjeni predznaka deformacija, neki materijali pokazuju Bauschinger-ov efekt.

I. Bašić, E. Bašić-Ekspertiza za utvrđivanje uticaja građenja objekta STO1 i STO2 na okolne objekte lemele 4/4, 4/5 i 4/6 sa uticajem zemljotresa na lokalitetu Ozimice I, općina Bihać

6. Pri plastičnom deformiranju plastična volumna deformacija jednaka je nuli (uvjet nekompre-sibilnosti), a Poisson – ov koeficijent $\nu_{pl} = 0.5$.

4.2. Analiza plastičnog deformiranja pri troosnom napreznju

Poopćavanjem zaključaka iz prethodnog poglavlja, za troosno napreznje mogu se uvesti sljedeće pretpostavke:

1. Ukupna deformacija ϵ_{ij} se može rastaviti na elastični dio ϵ^e_{ij} i plastični dio ϵ^p_{ij} dakle: $\epsilon_{ij} = \epsilon^e_{ij} + \epsilon^p_{ij}$
2. Pri plastičnom deformiranju nema promjene volumena (promjena volumena vezana je samo za elastično deformiranje) - $\epsilon^{pl}_{kk} = 0$
3. Elastična napreznja vezana su sa deformacijom pomoću poopćenog Hooke – ovog zakona ($\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}$).

U elastoplastičnoj analizi posebno je pogodan devijatorski oblik Hooke – ovog zakona: $\epsilon_{kk} = \sigma_{kk} / 3K$

4. Ulogu koju pri jednoosnom napreznju ima granica tečenja σ_T , pri troosnom napreznju ima skalarna funkcija $f = f(\sigma_{ij}, \epsilon^p_{ij}, k)$. Ta funkcija se zove funkcija tečenja, odnosno funkcija opterećenja. Funkcija tečenja f ovisi o napreznju σ_{ij} , o plastičnoj deformaciji ϵ^p_{ij} te o historiji plastične deformacije koja se izražava parametrom k (parametar očvršćenja) koji ovisi i o historiji ili promjeni plastične deformacije. Parametar očvršćavanja (k) se različito modelira na osnovu eksperimentalnih podataka. Svako stanje napreznja u nekoj čestici tijela određeno je jednom tačkom u prostoru napreznja. Ako se ta tačka nalazi unutar plohe tečenja ($f < 0$), materijal se nalazi u elastičnom stanju. Ako je $f = 0$ nastaje plastična deformacija. Stanje $f > 0$ nema smisla i u stvarnosti ne može nastupiti.

5. ZAKLJUČAK

Plastično i elastično deformiranje tijela jesu skleronomne pojave: to znači da odziv materijala na opterećenje ne ovisi o vremenu t , odnosno o brzini deformiranja. Ako takva ovisnost i postoji, zanemarivo je mala. Usprkos burnom razvoju teorije plastičnosti u posljednjim desetljećima i mnogim predloženim teorijama, nisu do danas postavljene opće konstitutivne jednadžbe koje bi dovoljno dobro opisale sve pojave koje nastaju pri plastičnom deformiranju materijala.

Teorije plastičnosti mogu se svrstati u dvije skupine: matematičke i fizikalne. Matematičke teorije razmatraju problem na makrorazini, dok fizikalne teorije plastičnosti proučavaju plastično deformiranje na mikrorazini, tj. na razini kristalne rešetke.

Prema teoriji plastičnosti u tehnici zbiva se makroskopska razina bilo da se radi o proračunu nosivih metalnih i drugih konstrukcija metodama teorije plastičnosti. Prema tome, svaka se primijenjena teorija plastičnosti zasniva na matematičkim teorijama. Ulogu koju pri jednoosnom napreznju ima granica tečenja σ_T , pri troosnom napreznju ima skalarna funkcija koja se zove funkcija tečenja odnosno funkcija opterećenja.

6. LITERATURA

- [1] Sigmund, V., Guljaš, I, Stanić, A.: *Nelinearni odgovor konstrukcija dimenzioniranih prema HRP i EC8*, GRADEVINAR 52, Zagreb, 2002.
- [2] Sekulović, M. : *Teorija konstrukcija – savremeni problemi nelinearne analize*, Građevinska knjiga, Beograd, 1992.
- [3] Jakanović, O. : *Stabilnost linijskih nosača – skripta predavanja sa post- Diplomskog studija Građevinskog fakulteta u Sarajevu*, 2000.
- [4] Kojić, M. : *Primjena teorije plastičnosti*, Mašinski fakultet Kragujevac, Građevinski fakultet u Sarajevu, 1979.