

**DETERMINATION THE RELIABILITY OF MUTUAL POSITION
USING INVERSE REGRESSION ANALYSIS
ODREĐIVANJE POUZDANOSTI MEĐUSOBNOG POLOŽAJA
INVERZKOM REGRESIJSKOM ANALIZOM**

Sanel Gredelj, Milan Jurković
Tehnički fakultet Bihać, ul. dr I. Ljubijankića, tfb@bih.net.ba,
sanel_gredelj@hotmail.com , mi_jurkovic@gmail.com

Keywords: reliability, mutual position, inverse regression analysis, residual

To determine the reliability of the technological process or the machining process, it is necessary to determine the reliability of the workpiece characteristic. Mutual positions of a flat surfaces, mutual positions of a axis and flat surface and mutual positions of a flat surface and axis are the characteristics of the workpiece for which the reliability is analytically determined by the inverse regression analysis method. By measuring the actual size, there is a deviation from the ideal axis and surface, which is called residuals. Residual dispersion is calculated on the basis of residuals. Reliability of the mutual position is Laplace's function of the half ratio of the prescribed tolerance and the and the roots of the residual dispersion. In addition to the inverse regression analysis method, a simulation Monte-Carlo method can be used.

Cljučne riječi: pouzdanost, međusobni položaj, inverzna regresijska analiza, rezidual

SAŽETAK:

Za određivanje pouzdanosti tehnološkog procesa ili obradnog procesa potrebno je odrediti pouzdanost karakteristika izratka. Međusobni položaji površina, međusobni položaji osa i međusobni položaji osa i površina su karakteristika izratka za koje se pouzdanost analitički određuje metodom inverzne regresijske analize. Mjerenjem stvarnih veličina, dolazi do odstupanja od idealne ose ili ravni, koji se nazivaju reziduali. Na osnovu reziduala se izračunava rezidualna disperzija. Pouzdanost međusobnog položaja je Laplaceova funkcija polovine odnosa propisane tolerancije i korijena rezidualne disperzije. Pored metoda inverzne regresijske analize može se koristiti i simulacijski Monte-Carlo metod.

1. UVOD

Regresijskom analizom se određuje funkcionalna veza između dvije ili više slučajnih varijabli. Realizacije slučajnih varijabli određuju se eksperimentalno, a međusobna zavisnost se aproksimira odgovarajućom funkcijom. U slučaju da je funkcija poznata, za određivanje odstupanja realizacija slučajnih varijabli od te funkcije koristi se metod inverzne regresijske analize. Inverzna regresijska

analiza je osnov za određivanje pouzdanosti kada stvarna putanja ili objekat imaju slučajna odstupanja od željene ili idealne putanje ili objekta. Takvi su slučajevi kretanja prihvatnice industrijskog robota [6] ili međusobni položaj dvije prave i ravni.

Pouzdanost je vjerovatnoća da će sistem obavljati predviđenu funkciju bez otkaza u funkciji vremena [8]. Za određivanje trenutne pouzdanosti u tačno određenom i relativno kratkom vremenskom koriste se i druge veličine koje imaju slučajni karakter. Pod pouzdanoću neke karakteristike izratka smatra se vjerovatnoća da se stvarna vrijednost karakteristike nalazi unutar tolerancijskog polja u tačno određenom vremenskom trenutku, ili vrlo kratkom vremenskom intervalu. Eksperimentalna mjerenja su osnov za određivanje trenutne pouzdanosti. Pouzdanost u funkciji vremena može se izraziti na osnovu određene najmanje dvije trenutne pouzdanosti u različitim trenucima vremena.

2. POUZDANOST KARAKTERISTIKA IZRATKA

Otkaz tehnološkog procesa ili obradnog procesa je određen sa neispravnošću izratka. Za određivanje pouzdanosti izratka su bitne tolerisane karakteristike. Da bi odredili pouzdanost tehnološkog procesa na osnovu izratka, potrebno je odrediti pouzdanost za svaku karakteristiku. Karakteristike izratka su [4]: dimenzije (dužinske mjere), geometrijski oblik i međusobni položaj, hrapavost površine, mehaničke, hemijske, fizikalne i druge osobine. Pod pouzdanoću neke karakteristike izratka smatra se vjerovatnoća da se stvarna vrijednost karakteristike nalazi unutar tolerancijskog polja u tačno određenom vremenskom trenutku, ili vrlo kratkom vremenskom intervalu, što se može predstaviti formulom [2]:

$$R_i(t_i) = P(x \in T), \quad (1)$$

gdje su x – slučajna promjenljiva za koju se određuje pouzdanost, T – propisana tolerancija čiji oblik zavisi od konkretne karakteristike, i – oznaka karakteristike koja se mjeri i t_i – oznaka da se pouzdanost odnosi na tačno određeno vrijeme.

3. POUZDANOST MEĐUSOBNOG POLOŽAJA

Makrogeometrija izratka pored dužinskih mjera obuhvata i tačnost oblika površina i tačnost međusobnog položaja ili odnosa dvije ili više osa ili površina izratka [1].

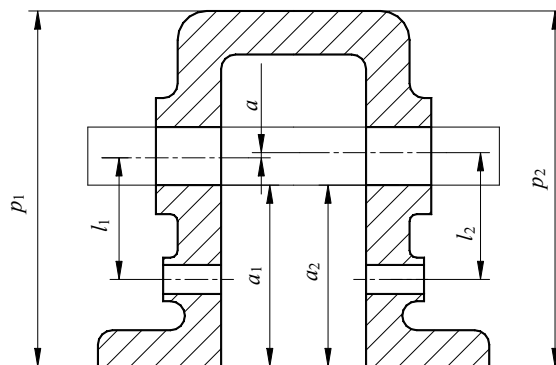
Konstruktivnom dokumentacijom se zadaju međusobni položaji površina, međusobni položaji osa i međusobni položaji osa i površina. Zadani odnosi se ne mogu apsolutno tačno ostvariti, tako da se zadaju odgovarajuće tolerancije, odnosno dozvoljena odstupanja, koja mogu biti, slika 1. [5]:

- odstupanja paralelnosti između dvije ose, dvije površine i ose i površine;
- odstupanja okomitosti između dvije ose, dvije površine i ose i površine.

Odrediti pouzdanost paralelnosti i okomitosti između dvije ose i površine i slične probleme moguće je primjenom teorije stohastičkih procesa, koja daje komplikovan i nepraktičan matematički model [7]. Zbog toga se za određivanje navedenih pouzdanosti koristi jednostavniji i praktičniji metod inverzne regresijske analize. Pri tome je potrebno uvesti sljedeće pretpostavke:

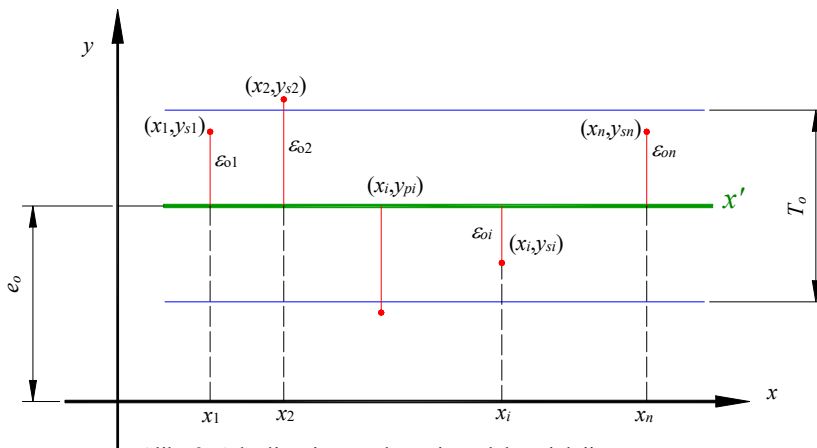
1. Stvarnih veličina osa i ravni, odnosno linija i ravni u općem slučaju, može biti beskonačno mnogo i one čine beskonačnu statističku populaciju. Ova populacija ima normalnu raspodjelu. Svaka konkretna stvarna veličina je uzorak iz navedene populacije.
2. Idealna paralelna osa ili ravan predstavlja matematičko očekivanje normalne raspodjele po kojoj je populacija raspodjeljena, odnosno vrijednost kojoj teži aritmetička sredina stvarnih veličina ili uzoraka. Odstupanje stvarnih od idealnih vrijednosti definiše se standardnom devijacijom čijim nalaženjem se određuje moguća ravan ili prostor oko idealnih vrijednosti.

Određivanje pouzdanosti paralelnosti i okomitosti između dvije ose zasniva se na metodi inverzne regresijske analize za dvije promjenljive.



Slika 1: Odstupanje između ose i površine ($a_1 \neq a_2$), između dvije ose ($l_1 \neq l_2$) i između dvije površine ($p_1 \neq p_2$) [5]

Neka je x osa referentna osa prema kojoj se određuje paralelnost (slika 2). Tada osa x' , koja je od ose x na udaljenosti e_o , predstavlja idealnu paralelnu osu osi x . Mjerenjem stvarnih veličina, dolazi do odstupanja od idealne paralelne ose. To znači da za vrijednosti ose $x = x_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) stvarne ordinate iznose $y = y_{si}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) koje se razlikuju od idealnih $y = y_{pi} = e_o$ ($i = 1, 2, \dots, n$). To odstupanje se naziva *rezidual* i predstavlja slučajnu grešku, odstupanja stvarne od idealne ose i za $x = x_i$, označeno je sa ε_{oi} , koje može biti manje, jednako ili veće od nule. [9]



Slika 2: Određivanje pouzdanosti paralelnosti dvije ose

Vrijednost reziduala za ose izračunava se po formuli (slika 2):

$$\varepsilon_{oi} = y_{si} - y_{pi}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Sabiranjem kvadrata reziduala i djeljenjem tog zbira sa brojem reziduala n , dobiva se rezidualna disperzija, pošto vrijednosti idealne, odnosno planirane ose $y = y_{pi}$ odgovaraju vrijednosti e_o udaljenosti između posmatranih osa [9]:

$$\sigma_o^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{oi}^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{si} - e_o)^2}{n}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Za dovoljno veliki broj mjerenja n disperzija σ_o^2 teži disperziji osnovne populacije. [30]
Korjenovanjem disperzije (3) dobiva se standardna devijacija:

$$\sigma_o = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{si} - e_o)^2}{n}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Za određivanje standardne devijacije po prethodnoj formuli, potrebno je izmjeriti vrijednosti stvarnih ordinata $y = y_{si}$ za unaprijed poznate apscise $x = x_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), pošto su vrijednosti $y = y_{pi}$ poznate, jer su zadane konstruktivnom dokumentacijom.

Konstruktivnom dokumentacijom je zadana propisana tolerancija T_o unutar koje je dozvoljeno odstupanje paralelnosti, tj. unutar koje vrijednosti stvarnih ordinata $y = y_{si}$ smiju biti. Funkcionalna veza između propisane tolerancije i standardne devijacije izračunate primjenom formule (4) je:

$$T_o = 2k\sigma_o. \quad (5)$$

Kako su T_o i σ_o poznati, lako se izračunava i faktor prekrivanja k .

Sada formulacija problema glasi: za poznate vrijednosti k i σ_o kolika iznosi pouzdanost paralelnosti dvije ose? Kako je pouzdanost vjerovatnoća navedeni problem se može predstaviti formulom:

$$\hat{R}_{paro} = P(e_o - k\sigma_o < y_p < e_o + k\sigma_o). \quad (6)$$

Prethodna formula se rješava primjenom Laplaceova integrala, prema kojoj je [30]:

$$P(e_o - k'_p \sigma_o < y_p < e_o + k'_p \sigma_o) = \Phi(t_2) - \Phi(t_1), \quad (7)$$

gdje su:

$$t_1 = \frac{e_o - k\sigma_o - e_o}{\sigma_o} = -k \quad t_2 = \frac{e_o + k\sigma_o - e_o}{\sigma_o} = k, \quad (8)$$

tako da je:

$$\hat{R}_{paro} = P(e_o - k\sigma_o < y_p < e_o + k\sigma_o) = \Phi(t_2) - \Phi(t_1) = \Phi(k) - \Phi(-k). \quad (9)$$

Pošto je Laplaceov integral parna funkcija [53]:

$$\Phi(-k) = -\Phi(k), \quad (10)$$

dobiva se da je pouzdanost paralelnosti osa:

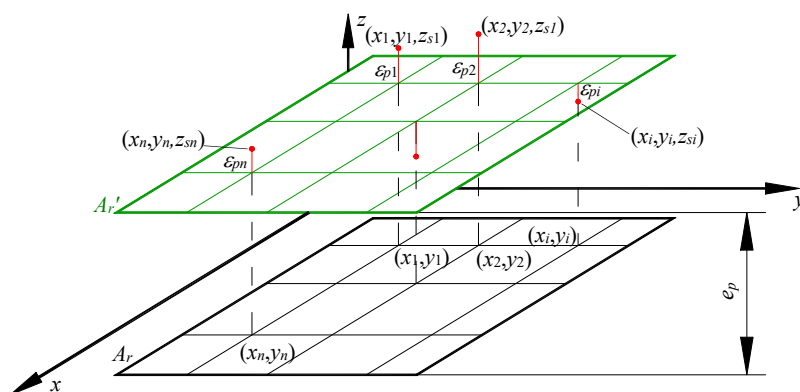
$$\hat{R}_{paro} = 2\Phi(k). \quad (11)$$

odnosno:

$$\hat{R}_{\text{para}} = 2\Phi\left(\frac{T_o}{2 \cdot \sigma_o}\right). \quad (12)$$

Određivanje pouzdanosti okomitosti dvije ose potpuno je identično prethodnom postupku. Osa y je referentna osa prema kojoj se određuje okomitost, a osa x idealna okomita osa na osu y , slika 2. Tada se mjerenje izvodi u odnosi na osu x i vrijede sve navedne postavke i formule.

Kod određivanja pouzdanosti paralelnosti dvije površine, odnosno ravni, postupak je sličan prethodnom. Prvo je potrebno odrediti referentnu ravan A_r prema kojoj se određuje paralelnost. Tada ravan A_r' , koja je od ravni A_r na udaljenosti e_p , predstavlja idealnu paralelnu ravan A_r' , kako je prikazano na narednoj slici.



Slika 3: Određivanje pouzdanosti paralelnosti dvije ravni

Mjerenjem stvarnih veličina, dolazi do odstupanja od idealne paralelne ravni A_r' . To znači da se za vrijednosti koordinata (x_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) stvarne vrijednosti koordinate $z = z_{si}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) razlikuju od idealnih ili planiranih $z = z_{pi} = e_p$ ($i = 1, 2, \dots, n$) za vrijednost reziduala:

$$\varepsilon_{pi} = z_{si} - e_p, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (13)$$

Standardna devijacija, odnosno odstupanje stvarnih vrijednosti površine od idealnih, dobije se preko formule [9]:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_{si} - e_p)^2}{n}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

Za dobivanje standardne devijacije potrebno je izvršiti mjerenje koordinata (x_i, y_i, z_{si}) ($i = 1, 2, \dots, n$), pri čemu broj n treba biti optimalan u odnosu na preciznost koja se dobiva povećanjem i troškova koji se smanjuju smanjenjem broja mjerenja n (ova konstatacija vrijedi i za ose).

Konstruktivnom dokumentacijom je zadana propisana tolerancija T_{pov} unutar koje je dozvoljeno odstupanje paralelnosti, tj. unutar koje vrijednosti stvarnih ordinata $z = z_{si}$ smiju biti.

Ostali postupak određivanja pouzdanosti paralelnosti dvije površine (ravni) identičan je određivanju pouzdanosti paralelnosti osa, tako da se dobiva:

$$\hat{R}_{parp} = 2\Phi\left(\frac{T_{pov}}{2 \cdot \sigma_p}\right). \quad (15)$$

Ako se radi o serijskoj proizvodnji, tada je mjerodavna minimalna pouzdanost paralelnosti površina određena za svaki izradak posebno.

Određivanje pouzdanosti okomitosti dvije ravni potpuno je identično određivanju pouzdanosti paralelnosti. Neka se referentna ravan prema kojoj se određuje okomitost nalazi u ravni xz . Tada je ravan A_r , koja se nalazi u ravni xy idealna okomita ravan na referentnu ravan. Tada se mjerenje izvodi u odnosi na ravan A_r i vrijede sve navedne postavke i formule.

U općem slučaju, kada je potrebno odrediti pouzdanost paralelnosti ili okomitosti bilo koje dvije linije ili površine, ili linije i površine, postupak je isti kao i za dvije ose ili ravni. Dakle, potrebno je prvo eksperimentalno odrediti rezidualne, na osnovu čega se izračunava standardna devijacija. Dijeljenjem propisane tolerancije i standardne devijacije i uvrštavanjem u jednačine tipa (12) i (15) dobije se tražena pouzdanost.

4. ZAKLJUČAK

Pouzdanost tehnološkog procesa je vjerovatnoća da tehnološki proces proizvodi izratke koji odgovaraju konstruktivnoj dokumentaciji. Pošto je pouzdanost dinamička veličina, sa tendencijom pada u vremenu, razrađena je metodologija za određivanje vremena do kada je proces sposoban, odnosno u stanju statističke kontrole. U tu svrhu je potrebno prethodno odrediti trenutnu pouzdanost kao minimalnu pouzdanost karakteristika izratka koja se definiše kao vjerovatnoća da se vrijednost karakteristika nalazi unutar tolerancijskog polja. [2]

Međusobni položaji površina, međusobni položaji osa i međusobni položaji osa i površina su karakteristika izratka za koje se pouzdanost određuje metodom inverzne regresijske analize. Ovom metodom se dobije da je pouzdanost međusobnog položaja dvostruka vrijednost Laplaceova integrala polovine odnosa propisane tolerancije i standardne devijacije.

Ako je tehnološki proces u stohastičnom režimu, odnosno kada varijacije u procesu nastaju samo zbog djelovanja slučajnih grešaka obrade, tada se može predvidjeti njegovo ponašanje u budućnosti. Zbog toga su pouzdanost međusobnog položaja, sa ostalim pouzdanostima karakteristika izratka, trenutna pouzdanost i pouzdanost u funkciji vremena kvantitativne mjere stohastičnosti procesa. Ako se proces nalazi u haotičnom - neregularnom režimu, tada je nemoguće predviđanje ponašanja i za kvantifikaciju se koriste pokazatelji haosa. [3]

5. LITERATURA

- [1] Ekinović, S. (2001). Obrada rezanjem, Mašinski fakultet, Zenica
- [2] Gredelj, S. (2011). Pouzdanost i sposobnost tehnoloških sistema i procesa, magistarski rad, Tehnički fakultet, Bihać
- [3] Gredelj, S. (2017). Istraživanje utjecaja vibracija obradnih sistema na stohastično i haotično ponašanje procesa obrade, doktorska disertacija, Tehnički fakultet, Bihać, 2017.
- [4] Jurković, M., Tufekčić, Dž. (2000). Tehnološki procesi, projektiranje i modeliranje, Mašinski fakultet, Tuzla
- [5] Jurković, M. (1980). Tehnološki procesi u proizvodnom i konstrukcionom mašinstvu, Mašinski fakultet, Banja Luka
- [6] Karabegović, I., Gredelj, S. (2009). A reliability of motion of industrial robots end gripper, 7th International Scientific Conference on Production Engineering RIM 2009, Cairo, Egypt
- [7] Pauše, Ž. (2003). Vjerojatnost, V izdanje, Školska knjiga, Zagreb
- [8] Vujanović, N. (1990). Teorija pouzdanosti tehničkih sistema, II izdanje, Vojnoizdavački i novinski centar, Beograd
- [9] Vukadinović, S. (1978) Elementi teorije vjerovatnoće i matematičke statistike, Privredni pregled, Beograd