

## PRIMJENA NEKAPACITATIVNOG PROBLEMA LOKACIJE

Fatka Kulenović, Aladin Crnkić  
Tehnički fakultet, Bihać, dr. I. Ljubijankića bb, Bosna i Hercegovina, kulen.a@bih.net.ba

**Ključne riječi: nekapacitativni lokacijski problem, snabdjevač, korisnik, fiksni trošak, mješovito cjelobrojno programiranje**

### **SAŽETAK:**

*Nekapacitativni problem lokacije (Uncapacitated Facility Location Problem, UFLP) je osnovni predstavnik ove klase problema i mnogi lokacijski problemi se mogu formulisati preko njega. Ovaj problem se može formulisati pomoću mješovitog cjelobrojnog programiranja. U opštem slučaju, nekapacitativni lokacijski problem je određivanje položaja (lokacije) nekih potencijalnih objekata bez ograničenja na kapacitet i postavljnja u postojećem prostoru u kome se već nalaze drugi relevantni objekti. Novi objekti su obično neka vrsta centara koji pružaju usluge i mi ćemo ih zvati snabdjevači. Pri tome se pretpostavlja da su poznati fiksni troškovi postavljanja snabdjevača na potencijalnu lokaciju. Postojeći objekti su korisnici usluga ili klijenti i mi ćemo ih zvati korisnici. Pojam "objekt" se upotrebljava u njegovom najširem smislu što znači da objekt može biti škola, bolnica, aerodrom, autobusi i kamioni koji vrše prevoz, vatrogasna stanica, ambulanta hitne pomoći, deponije otpada, pretovarne stanice, knjige u biblioteci, radna mjesta radnika itd. Zadatak ovog problema je da rasporedi snabdjevače na neke od tih lokacija tako da ukupni troškovi budu minimalni tj. suma fiksnih troškova i troškova transporta .*

### **1. UVOD**

Lokacijski problemi predstavljaju posebnu klasu zadataka optimizacije, kod kojih se najčešće zahtijeva minimizacija udaljenosti, troškova, ukupnog vremena putovanja ili nekog drugog parametra. Ovi problemi su veoma često predmet istraživanja, a glavni razlog su velike mogućnosti praktične primjene u raznim oblastima. Lokacijski problemi se odnose na određivanje položaja (lokacija) objekata u prostoru u kojem se već nalaze drugi relevantni objekti. Objekti za čije se lociranje traži mjesto obično su neka vrsta centara koji pružaju usluge, pa se često nazivaju snabdjevači, dok se korisnici usluga (objekti koji su već postavljeni) nazivaju klijenti ili korisnici. Veliki broj lokacijskih problema spada u NP-teške probleme kombinatorne optimizacije tj. u probleme za čije rješavanje nisu poznati algoritmi s vremenom računanja koje je zavisno od veličine problema, tj. čija se složenost može izraziti polinomnom funkcijom (npr. linearnom, kvadratnom, kubnom,...). U tom smislu, poželjno je razvijati i implementirati razne heuristike koje mogu podržati dobijanje rješenja i u slučaju obimnih i kompleksnih lokacijskih problema kakvi se u realnosti sreću. Nekapacitativni lokacijski problem je osnovni predstavnik ove klase problema i mnogi lokacijski problemi se mogu formulisati pomoću njega. Zadatak ovog problema je da se rasporede snabdjevači na neke od lokacija tako da se minimizira ukupna suma troškova tj. suma fiksnih troškova i troškova transporta, a pri tome da se ispoštuju zahtjevi skupa korisnika. [1]

## 2. FORMULACIJA NEKAPACITATIVNOG PROBLEMA LOKACIJE

Neka je dat skup  $I = \{1, 2, 3, \dots, m\}$  potencijalnih lokacija snabdjevača i skup  $J = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  korisnika. Označimo sa  $f_i$  fiksne troškove postavljanja snabdjevača na potencijalnu lokaciju  $i \in I$ . Neka je  $b_j$  količina robe koju zahtjeva svaki korisnik  $j \in J$ , uz transportne troškove snabdjevanja sa  $i$  – te lokacije  $c_{ij}$  (po jedinici robe). Potrebno je rasporediti snabdjevače na neke od tih lokacija tako da ukupni troškovi budu minimalni. Pri tome u razmatranje ulaze fiksni troškovi postavljanja snabdjevača i promjenljivi troškovi transporta do svakog korisnika.

### 2.1 Matematička formulacija problema

Za razliku od Hakimijeve formulacije  $p$  – median problema [2], kod nekapacitativnog lokacijskog problema respektuju se i troškovi „otvaranja“ novih objekata na lokaciji. Takođe, ograničenjima se definiše da li se korisnik snabdjeva isključivo iz jednog objekta ili se to čini sa više lokacija. Pomoću mješovitog cjelobrojnog programiranja problem se može definisati na sljedeći način:

$$\text{Minimizirati } F = \sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

uz ograničenja

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_i, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, y_i = 0 \text{ ili } 1, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

gdje je:

$m$  – broj potencijalnih lokacija snabdjevača,  $n$  – broj korisnika,

$c_{ij}$  – troškovi transporta jedne jedinice od snabdjevača  $i$  do korisnika  $j$ ,

$f_i$  – fiksni troškovi otvaranja i rada objekta  $i$ ,  $x_{ij}$  – broj jedinica koje se isporučuju iz objekta  $i$  do korisnika  $j$ ,

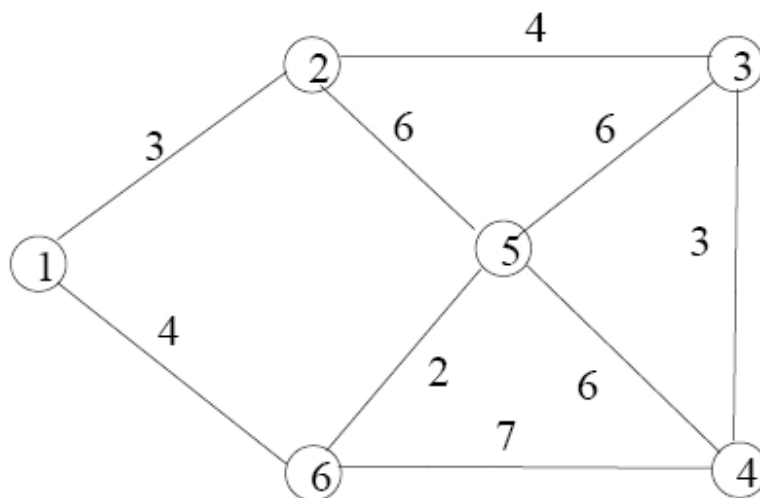
$y_i$  – 1 ako je objekt  $i$  otvoren, 0 u suprotnom.

Funkcija cilj (1) koju treba minimizirati označava ukupne fiksne troškove svih snabdjevača i ukupne troškove transporta do svih korisnika. Ograničenja (2) osiguravaju da će biti zadovoljene potražnje

svih korisnika. Ako je  $x_{ij} > 0$  za neki  $j$ , zbog (3) mora također biti  $y_i > 0$ , a zbog (4) tada mora biti  $y_i = 1$ . Formulirani problem predstavlja tzv. mješoviti cjelobrojni problem programiranja jer su varijable  $x_{ij}$  kontinuirane, dok su varijable  $y_i$  diskretne i često im se oblik modificira i prilagođava primjeni neke od metoda za rješavanje LP problema. Tako se problem rješava primjenom tehnike grananja i ograničavanja (branch and bound), zatim Lagranževom relaksacijom, Erlenkotеровom dual ascent procedurom, kao i primjenom nekih heuristika [3].

Datom problemu odgovara sljedeći realni zadatak: U nekom području postoji  $n$  gradova i  $m$  potencijalnih lokacija za tvornice (objekte: škole, fakulteti, bolnice, aerodrome, autobusi i kamioni koji vrše prevoz, vatrogasne stanice, ambulante hitne pomoći, deponije otpada, pretovarne stanice, knjige u biblioteci, radna mjesta radnika itd,...). Potrebno je u datom području optimalno rasporediti nove proizvodne pogone na neke od potencijalnih lokacija, tako da budu blizu stanovnicima gradova, ali uzimajući u obzir i troškove izgradnje novih proizvodnih jedinica. Najčešće su dati uslovi suprotstavljeni, pa lokacije u centru gradova koje su relativno najbliže svim stanovnicima, imaju visoke troškove izgradnje, a lokacije na periferiji sa nižim troškovima, zahtevaju velike transportne troškove.

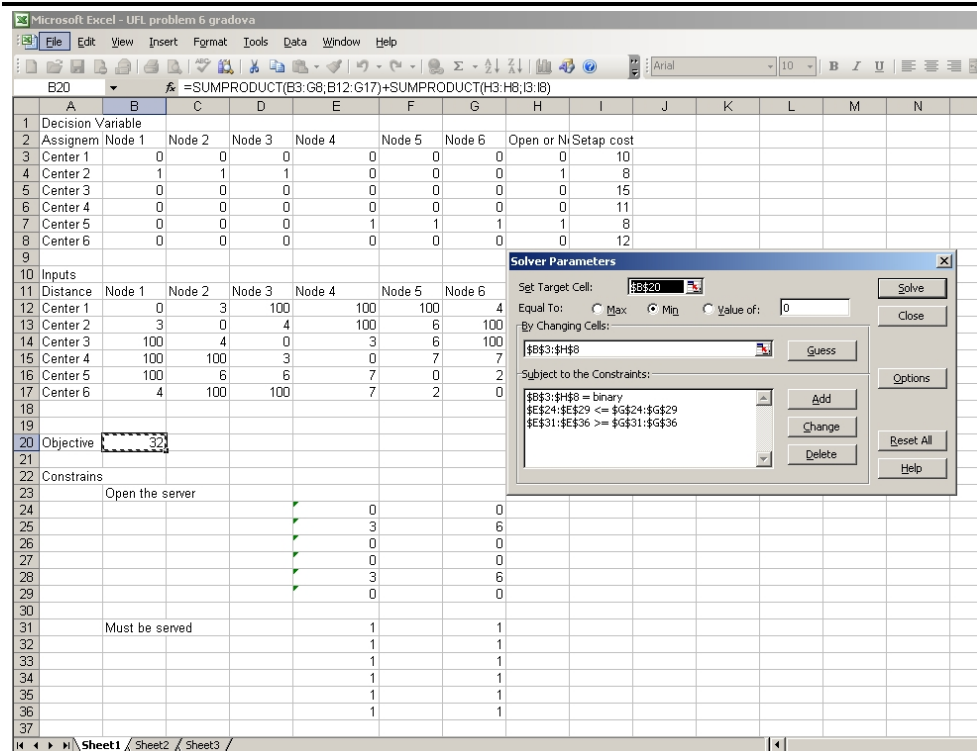
**Primjer 2.1:** Neka je dato 6 gradova (korisnici) i poznata je njihova potražnja za nekim proizvodom. Gradovi su predstavljeni grafom na slici 1. Treba odrediti položaj izgradnje proizvodne jedinice pojedine lokacije (snabdjevači) tako da ukupni troškovi budu minimalni tj. suma fiksnih troškova izgradnje i troškova transporta. Troškovi transporta između pojedinih gradova su dati na granama grafa, fiksni troškovi postavljanja proizvodne jedinice na potencijalne lokacije su dati respektivno (10, 8, 15, 11, 8, 12). Odrediti koliko proizvodnih jedinica će biti izgrađeno, gdje će one biti postavljene i koliko će ih gradova koristiti?



Slika 1: Raspored gradova i transportni troškovi

Problem ćemo riješiti u Excel-u primjenom Solver-a. U drugoj tabeli (Inputs) su ulazni podaci. Vrijednost transportnih troškova između pojedinih gradova između kojih ne postoji direktna veza je 100, a vrijednosti za direktne veze su uzete sa grana na slici 1.

## F. Kulenović, A. Crnkčić – Primjena nekapacitativnog problema lokacije



Slika 2: Implementacija rješenja u Excel-u

Sa slike 2 iz tabele (Decision Variable) je vidljivo, nove proizvodne jedinice će biti postavljene u gradu 2 i 5, grad 2 će pokrivati potražnju gradova 1, 2 i 3, dok će grad 5 pokrivati potražnju gradova 4, 5 i 6. Ukupni trošak je 32.

### 3. ZAKLJUČAK

U ovom radu je opisan nekapacitativni lokacijski problem, data je matematička formulacija i kratak opis problema, kao i egzaktna metoda za rješavanje konkretnog problema. Ovaj lokacijski problem je obično originalno definisan u skladu sa konkretnom postavkom problema. Ograničenja i kriteriji optimalnosti tj. funkcija cilja, mijenjaju se u zavisnosti od konkretne problematike i moraju se identifikovati za svaki zadatak posebno. Posljednjih godina javlja se veliko interesovanje za teoriju lokacije, a razlozi su mnogobrojni. Donošenje odluka o lociranju nekog objekta je vrlo prisutna pojava na makro i na mikro ekonomskom nivou, u inženjerskoj praksi, u javnim službama, itd.

### 4. LITERATURA

- [1] Fatka Kulenović : Doktorska disertacija (u izradi), PMF, Sarajevo
- [2] Roberto D. Galvão: Uncapacitated facility location problems- contributions, versão online ISSN 1678-5142, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2003
- [3] Kratica J: Paralelizacija genetskih algoritama za rješavanje nekih NP- kompletnih problema, Doktorska disertacija, Matematički fakultet, Beograd , 2000