

MATEMATIČKO MODELIRANJE I SIMULACIJA ISTOSMJERNOG MOTORA U PROGRAMSKOM PAKETU MATLAB

¹Amel Toroman, ²Adnan Ramakić

¹Tehnički fakultet Bihac, ulica dr. Irfana Ljubijankića bb, amel.toroman@gmail.com

²Univerzitet u Bihacu, ulica Papa Ivana Pavla II 2/2, adnan.ramakic@unbi.ba

Ključne riječi: istosmjerni motor (DC), matematički model, modeliranje, simulacija, regulacija, upravljanje (kontrola), MATLAB

SAŽETAK:

U ovom radu bit će prikazan način modeliranja istosmjernog motora. Da bi se moglo nešto modelirati potrebno je prvo poznavati kako radi, a da bi se mogao modelirati sklop koji bi upravljao istosmjernim motorom potrebno je poznavati rad istosmjernog motora te moguće načine upravljanja sa istim. Istosmjerni motori su prvi konstruisani motori na električni pogon i predstavljaju elektromehanički uređaj koji istosmjernu struju pretvara u rotacijsko gibanje. Karakterizira ih veliki broj okretaja na malim jačinama magnetnog toka i visok moment. Brzina okretanja istosmjernog motora ovisi o kombinaciji napona i struje koji teku kroz armaturu, te o opterećenju. U vezi s tim na početku rada dat je opis istosmjernog motora i njegovih najvažnijih karakteristika. Poslije toga, prikazani su praktični načini modeliranja istosmjernog motora koristeći Matlab alat.

1. UVOD

Da bi se moglo nešto modelirati potrebno je prvo poznavati kako radi. Istosmjerni motor je elektromehanički uređaj koji istosmjernu struju pretvara u rotacijsko gibanje. Klasični istosmjerni motor se sastoji od rotirajuće armature koja je u obliku elektromagneta s dva pola i od statora kojega čine dva permanentna magnetna. Krajevi namota armature spojeni su na rotacijski prekidač, komutator, koji prilikom svakog okretaja rotora dvaput mijenja smjer toka struje kroz armaturni namot stvarajući tako moment koji zakreće rotor.

U prvom dijelu rada opisani su istosmjerni motori (*eng.* DC motor), njihova izvedba te način rada. Također opisani su i načini upravljanja istosmjernim motorom gdje je prije svega prikazan model istosmjernog motora te pripadajuće izvedene jednačine koje su neophodne za modeliranje. Pored toga opisano je i analizirano upravljanje istosmjernim motorom koristeći H-most te analiziranje koristeći prijenosnu funkciju. Prijenosna funkcija sistema omogućuje ispitivanje ponašanje sistema u zavisnosti o ulaznim funkcijama. Realizacije navedenih modela odrađene su u Matlab Simulinku, te su prikazani dobiveni rezultati.

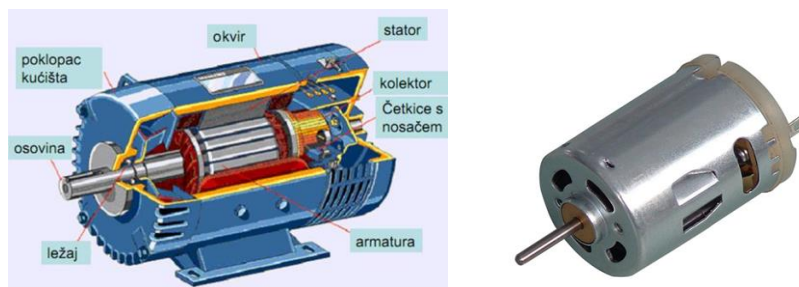
2. ISTOSMJERNI MOTOR

Najjednostavniji istosmjerni motor je 1821. godine konstruisao Michael Faraday. Taj se motor sastojao od slobodnog zavoja žice koji je slobodno plutao na sloju žive, a u čijem se središtu nalazio

magnet. Kada se kroz zavoj žice propustila istosmjerna struja oko zavoja se stvorilo magnetsko polje uslijed čega se žica počela okretati oko magneta [3].

Istosmjerni motor (eng. *DC motor*) kakvog danas poznajemo 1873. godine otkrio je Zénobe Gramme kada je na dinamo koji je proizvodio struju spojio drugi dinamo koji se počeo okretati kao motor.

Najpoznatija podjela istosmjernih motora jeste podjela na istosmjerne motore sa četkicama, o kojim će biti više riječi u nastavku rada i istosmjerne motore bez četkica, kod kojih su na rotoru smješteni permanentni magneti, a stator se sastoji od namota [1]. Istosmjerni motori su sačinjeni od rotora, statora, kolektora, četkica itd. U zavisnosti od izvedbe, stator istosmjernih motora može biti permanentni magnet ili elektro magnet tj. namotaji koji tvore magnetno polje usljed proticanja istosmjerne struje. Osnovni dijelovi i najjednostavnija realizacija istosmjernog motora prikazani su na slici 1.

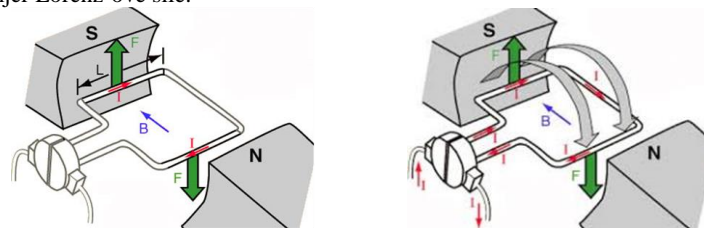


Slika 1: Dijelovi i izgled istosmjernog motora [3]

Struja preko četkica dolazi do kolektora i protiče kroz namot na armaturi (rotoru), pri čemu stvara magnetno polje koje je u reakciji sa magnetnim poljem statora pa dolazi do zavrtnja rotora.

2.1. Princip rada istosmjernog motora

U narednom dijelu ovog rada opisan je princip rada istosmjernog motora i dat je izraz za Lorenz-ovu silu koja djeluje na namotaj rotora. Kada se rotorski namotaj priključi na izvor napona kroz njega će se uspostaviti tok struje. Rotorski namotaj se preko komutatora napaja naponom. Komutator je običan prsten od bakra koji je fizički razdvojen na dva dijela. Na svaku od strana komutatora spojena je po jedna četkica, a četkice su spojene na izvor istosmjerne struje. Upravo ovakva konfiguracija motora je jedna njegova mana jer prilikom komutacije pri velikim brzinama dolazi do varničenja što uništava četkice i sam komutator te time vidno smanjuje životni vijek motora [2]. Na sljedećoj slici ilustriran je pravac i smjer Lorenz-ove sile.



Slika 2: Pravac i smjer Lorenz-ove sile F na rotorski namotaj [4]

Sa prethodne slike može se primijetiti da vektor koji opisuje pravac i smjer struje kroz konturu i vektor magnetne indukcije polja u kom se kontura nalazi su normalni jedan u odnosu na drugi iz čega proizilazi da se u skalarnom obliku Lorenz-ova sila F može predstaviti kao proizvod:

$$F = B \cdot I \cdot l \quad (1)$$

gdje je:

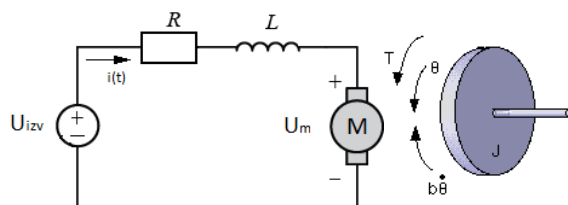
B - magnetna indukcija,

I - jačina struje kroz rotorski namotaj i

l - dužina konture normalna na pravac vektora magnetne indukcije.

3. UPRAVLJANJE ISTOSMJERNIM MOTOROM

Na slici 3 dat je model istosmjernog motora, gdje je prikazan napon izvora U_{izv} , otpor R i zavojnica L , te pad napona na istosmjernom motoru U_m . Kroz daljnju analizu bit će prikazan utjecaj brzine okretanja motora u ovisnosti od ulaznog napona, tačnije struje kroz kolo.



Slika 3: Model istosmjernog motora [5]

Da bi izvršili modeliranje istosmjernog motora potrebne su jednačine ulaznog kruga te struja koja protiče kroz kolo [5].

Zatvaranjem konture kola sa slike 3 dobija se relacija za ulazni napon koja iznosi:

$$U_{izv} = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + U_m \quad (2)$$

Pad napona na motoru iznosi:

$$U_m = K_m \cdot \omega(t) \quad (3)$$

pri čemu je K_m – konstanta motora koja je definisana od strane proizvođača.

Dodatno, potrebne su i relacije za moment okretanja motora koje se mogu predstaviti formulama:

$$T = K_t \cdot i(t) \quad (4)$$

$$T = I_L \cdot \omega'(t) \quad (5)$$

pri čemu su:

K_t - momentna konstanta,

I_L - moment inercije.

Rješavanjem ovih relacija tačnije uvrštavanjem (3) u (2) i izjednačavanjem (4) i (5) dobivene su sljedeće relacije:

$$U_{izv} = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + K_m \cdot \omega(t) \quad (6)$$

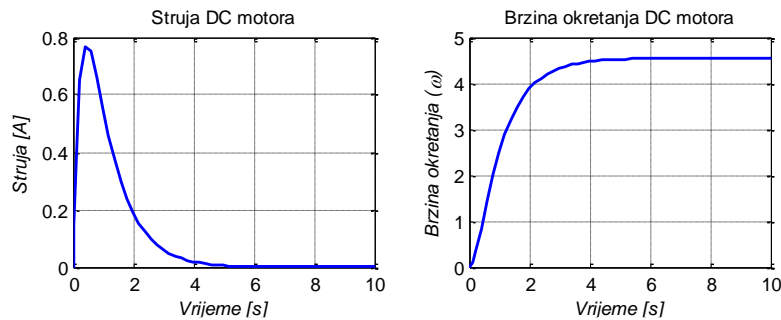
$$K_t \cdot i(t) = I_L \cdot \omega'(t) \quad (7)$$

Izvlačenjem izraza za struju iz jednačine (6), te izraza za brzinu okretanja motora (ω) iz jednačine (7), slijedi:

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L} \cdot [U_{izv} - R \cdot i(t) - K_m \cdot \omega(t)] \quad (8)$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = K_t \cdot \frac{i(t)}{I_L} \quad (9)$$

Na osnovu prethodne dvije jednačine za struju i brzinu okretanja motora kreiran je Simulink model istosmjernog motora u programskom paketu Matlab, te su dobijeni rezultati prikazani na slici 4.

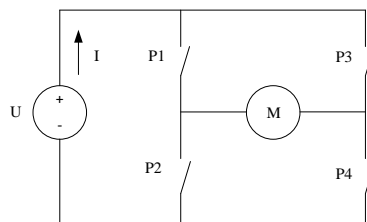


Slika 4: Struja i brzina okretanja DC motora

Gore prikazani modeli predstavljaju idealne uslove za rad motora. Međutim, u praksi je ovaj slučaj nerealan, jer kada struja u kolu dosegne vrijednost nule motor gubi napajanje te bi se i brzina okretanja smanjivala koja bi također dosegla vrijednost nule za određeni period koji ovisi od otpora koji se stvara između statora i rotora. Dakle, prikazani rezultati potvrđuju neupotrebljivost analiziranog modela i radi se o *perpetuum mobile prve vrste*.

3.1. Upravljanje istosmjernim motorom upotrebom H-mosta

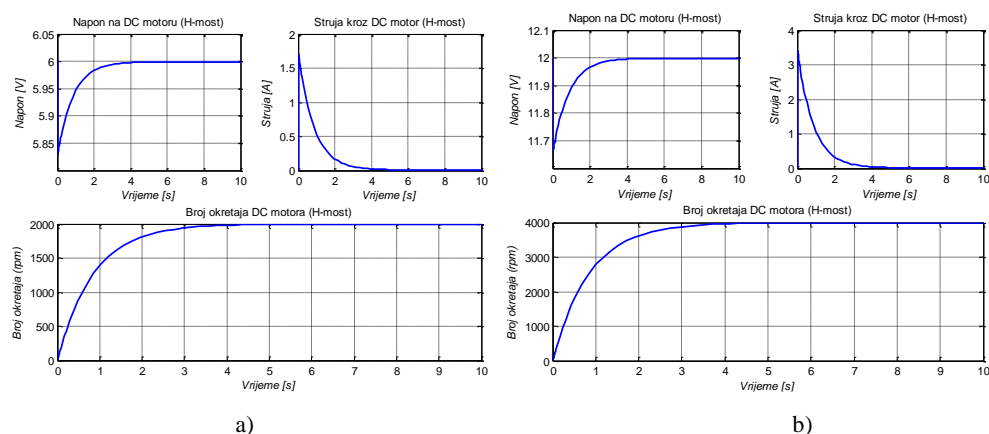
Kao izvršni organ u sistemu upravljanja najčešće se koristi *H-most* (eng. *H-bridge*). Na *H-most* se dovodi dva signala: *PWM signal* i *kontrolni signal*. Preko PWM signala vršimo regulaciju brzine obrtanja, a preko kontrolnog signala smjer obrtanja. Napajanje mosta se vrši naponskim nivoom +12 V. *H-most* je električno kolo koje služi za regulisanje smjera kretanja istosmjerne struje kroz motor. Najčešću primjenu ima u robotici i ostalim aplikacijama gdje je potrebno upravljati nečim što se pomjera u jednom pravcu, a u suprotnim smjerovima. Sastoji se od četiri prekidača, motora između njih i strujnog izvora.



Slika 5: Shema H-mosta [2]

Ako se pretpostavi da DC motor proizvodi 10 W mehaničke snage pri 2500 obrtaja u minuti, tada brzina bez opterećenja iznosi 4000 obrtaja u minuti kada je priključen na napon od 12 V.

Ako se izvor napajanja podese na 5 V brzina obrtanja će i dalje biti 4000 obrtaja u minuti dok će napon na motoru i dalje biti 12 V (Slika 6). Kao što se vidi iz priloženog, ulazni napon nema utjecaj na motor jer cijelu kontrolu obavlja H-most. Važnu ulogu u tome imaju postavke H-mosta.



Slika 6: Izlazni rezultati DC motora sa H-mostom: a) ulazni napon 2.5 [V], b) ulazni napon 5 [V]

Na osnovu rezultata vidi se da napon koji ulazi u H-most varira između 2.5 i 5 [V]. Najslabiji učinak motora će biti ako se dovede na ulaz 2.5 [V] što je minimalna vrijednost pomenutog H-mosta.

3.2. Upravljanje istosmjernim motorom upotrebom prijenosne funkcije

Dalje modeliranje i analiza istosmjernog motora biti će bazirana na Laplasovim transformacije kao i prikaz i ponašanje prijenosne funkcije motora.

Prije svega, važno je napomenuti da prijenosna funkcija bilo kojeg sistema ovisi od omjera izlaza naprema ulazu, a to se može izraziti formulom: $G(s) = Izlaz(s) / Ulaz(s)$.

Primjenjujući L transformaciju na jednačine (6) i (9) dobija se:

$$U_{izv}(s) = R \cdot I(s) + L \cdot [s \cdot I(s) - i(0)] + K_m \cdot \omega(s) \quad (10)$$

$$s \cdot \omega(s) - \omega(0) = \frac{K_t}{L} \cdot I(s) \quad (11)$$

Uz pretpostavku da su početni uslovi jednačina (10) i (11) jednaki 0, iste se mogu pojednostaviti:

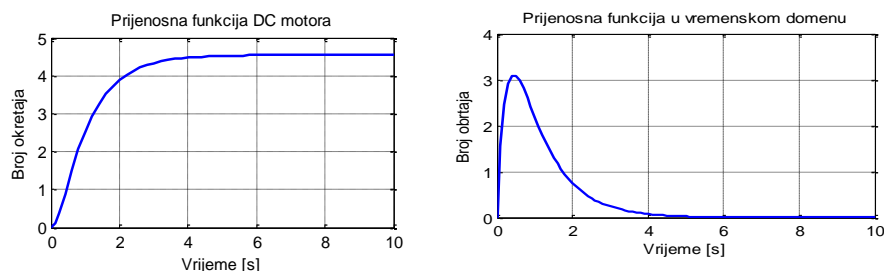
$$U_{izv}(s) = R \cdot \frac{I_L}{K_t} \cdot s \cdot \omega(s) + L \cdot s \cdot \frac{I_L}{K_t} \cdot s \cdot \omega(s) + K_m \cdot \omega(s) \quad (12)$$

$$U_{izv}(s) = \omega(s) \cdot (R \cdot \frac{I_L}{K_t} \cdot s + L \cdot s^2 \cdot \frac{I_L}{K_t} + K_m) \quad (13)$$

Uvrštavanjem prethodnih izraza u formulu za prijenosnu funkciju, dobija se izraz (14):

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U_{izv}(s)} = \frac{1}{s^2 \cdot L \cdot \frac{I_L}{K_t} + s \cdot R \cdot \frac{I_L}{K_t} + K_m} \quad (14)$$

Uvrštavanjem prethodnih izraza za konstante, kao što su: Momentna konstanta ($K_t=0.02$ [Nm/A]), Konstanta motora ($K_m=0.22$ [V/rad/s]), Moment inercije ($I_L=0.005$ [kgm²]), te Otpornost ($R=1$ [Ω]) i Induktivitet ($L=0.2$ [H]) u izraz (14) dobija se prijenosna funkcija DC motora, te primjenom inverzne Laplasove transformacije na funkciju G(s) dobija se funkcija u vremenskom domenu, slika 7.



Slika 7: Izlazni rezultati DC motora opisanog prijenosnom funkcijom

Na osnovu rezultata prikazanih na slici 7, primjećuje se da motor kada dobije struju pokreće se i dostiže svoj vrhunac. Nakon toga, motor počinje da stvara moment koji utiče na rad motora i s tim broj obrtaja počinje da opada dok ne dosegne nulu. U suštini, to predstavlja realni rad motora ukoliko mu je doveden samo impuls za pokretanje.

4. ZAKLJUČAK

U ovom radu provedena je analiza rada istosmjernog motora kroz matematičke modele te ismulacije istog u programskom paketu Matlab.

Rad opisuje upravljanje istosmjernim motorom polazeći od modeliranja Laplasovim transformacijama, H-mostom, kao i prijenosnom funkcijom, koja omogućuje ispitivanje ponašanja sistema u zavisnosti o ulaznim funkcijama. Pokazalo se da najveći utjecaj na rad motora imaju napon i početna brzina vrtnje motora tj. da li je motor u pokretu ili kreće iz nekog početnog stanja.

Pored ovog, ono što je još bitno napomenuti jeste da su da istosmjerni motori posebno pogodni za elektromotorne pogone kojima je potreban veći opseg podešavanja brzine obrtanja.

Prikazani modeli predstavljaju idealne uslove za rad motora. Međutim, u praksi je ovaj slučaj nerealan, jer kada struja u kolu dosegne vrijednost nule motor gubi napajanje te bi se i brzina okretanja smanjivala i za određeni period dosegla vrijednost nule. Dakle, prikazani rezultati potvrđuju neupotrebljivost analiziranog modela i radi se o *perpetuum mobile prve vrste*.

5. LITERATURA

- [1] <http://www.embedded.com/design/configurable-systems/4402474/Achieving-maximum-motor-efficiency-using-dual-core-ARM-SoC-FPGAs> (Posjećeno: 01.03.2015. god.)
- [2] <http://www.pfst.hr/old/data/materijali/istosmjerni%20strojevi.pdf> (Posjećeno: 02.04.2015. god.)
- [3] http://www.riteh.uniri.hr/zav_katd_sluz/zvd_kons_stroj/nas/ekms/ekms_2012-2013/EKMS%20-%20P08-2%20-%20WEB.pdf (Posjećeno: 06.05.2015. god.)
- [4] https://www.fer.unizg.hr/_download/repository/Elesus_02_ES_istosmjerni_12-13%5B2%5D.pdf (Posjećeno: 18.05.2015. god.)
- [5] Mothukuri, N., *Control of DC Motors Using MATLAB/SIMULINK*, University of Hartford, 2012.